



# 直動ボールガイドの動剛性に関する研究\*

—負荷分布理論に振動モデルを適用した動的シミュレーションの構築—

今井竜也\*\* 野口昭治\*\*\*

Study on Dynamic Stiffness of Linear Motion Ball Guide

- Construction of Dynamic Simulation Applying Vibration Model to Load Distribution Theory -

Tatsuya IMAI and Shoji NOGUCHI

The purpose of this research is to elucidate the dynamic characteristics of linear motion ball guide (LMBG) and to propose effective analysis methods. First, we will explain how to apply translational and rotating vibration models to the load distribution theory, which is a static analysis method of LMBG. Next, we will introduce an example of analysis of time history response and frequency response using LMBG dynamic simulation. In order to verify the theory, we conducted an experiment to intentionally excite the vibration modes in three directions of vertical, rolling, and pitching, and compared the theoretical value and the measured value for the natural frequency of each mode. We also considered the effects of differences in the mass of the load and the preload amount of LMBG on the natural frequency of each mode. It was confirmed that the theoretical values obtained by the LMBG dynamic simulation showed the same tendency as the measured values, and were quantitatively almost the same.

**Key words:** linear motion ball guide, load distribution theory, dynamic simulation, impulse response test, time history response, frequency response

## 1. 緒 言

直動ボールガイド (Linear Motion Ball Guide : LMBG) の静的・動的な特性を知るために進行方向を除く並進および回転の 5 自由度に対する理論立てが必要になる。著者らは、これまで LMBG 内の玉と軌道面の接触計算に Hertz の接触論<sup>1)</sup>を適用し整理された負荷分布理論<sup>2)3)</sup>に、キャリッジ変形の影響を近似的に数式化して考慮<sup>4)</sup>することで、任意の荷重やモーメントが作用する状態での剛性や玉荷重分布の解析精度を向上させ、解析コストの低減を実現している。

しかし、負荷分布理論はあくまでも静的な釣り合い状態を想定した解析手法である。よって、振動現象のように時間経過に伴って変化する変位・速度・加速度といった動的な応答は予測することができない。

一方、LMBG が使用される市場では、更なる高精度化や高速化を追求するなかで、工作機械のびびり振動の低減や静止安定性の向上、高速搬送装置の起動・停止時における整定時間の短縮など振動にまつわる課題が顕在化しつつあり、最下部に組み込まれる直動ガイドが機械全体の振動特性にどう関わっているのかについて解明が望まれている。

酒井ら<sup>5)6)</sup>の先行研究では、転動体としてころが組み込まれた直動ローラーガイドのインパルス応答試験をおこない、共振振動数からころと軌道面の接触状態を評価できる可能性を示唆している。また、加振器を用いて動的な荷重やモーメントを入力した場合の振動特性を調査し、送り方向の摩擦特性が関与する場合には加振力依存性が存在することを指摘している。甲斐ら<sup>7)</sup>は 2 種類の案内方式のインパルス応答試験か

ら等価静剛性を同定し、一軸テーブルを想定した FEM による理論モード解析と実験モード解析を比較することで妥当性の検証をしている。高橋ら<sup>8)9)</sup>はテーブルの移動に伴うキャリッジと玉の相対配置の変化に着目し、力のバランスの変化により生じる周期的な姿勢変位であるウェーピングに関して詳細な報告をしているが、これも移動距離を時間軸に置き換えて考えれば一種の振動現象といえる。

一般に動的特性の実験的な評価では、対象物にインパルス加振を与え時刻歴で取得した応答をフーリエ変換することで固有振動数の特定やその強度を推定する。しかし、膨大なラインナップを有する LMBG を都度実験で評価するには限界があり、形番毎に異なる設計パラメータや使用条件を考慮した動的シミュレーションの構築は有用である。

そこで、今回は LMBG の静的解析手法の基礎である負荷分布理論に振動論における並進系・回転系のモデルを適用し、動的特性を机上予測できる理論として整理した。また、妥当性の検証として、垂直・ローリング・ピッキングの 3 自由度の振動モードを意図的に励起させる実験をおこない、各モードの固有振動数、すなわち動剛性について理論値と実測値の比較をおこなった。

本報では、動的シミュレーションの定式化について説明し、検証結果について考察した内容と今後の研究方針を述べる。

## 2. LMBG の動的シミュレーション

### 2.1 時刻歴応答解析

説明を簡略化するために図 1 に示す並進系のインパルス応答を例にとり定式化の概要を説明する。キャリッジに締結されたプレートの中央直上から鉛直下向きに  $F_0$  なる荷重を微小時間  $\Delta t$  作用させてインパルス  $I_F$  を入力し、その後は自由振動させると、鉛直方向に振動し時間の経過とともにその振幅は

\* 原稿受付 令和 2 年 11 月 1 日

掲載決定 令和 3 年 1 月 15 日

\*\* 正会員 THK 株式会社 (東京都大田区東糀谷 4-9-16)

\*\*\* 正会員 東京理科大学 (千葉県野田市山崎 2641)

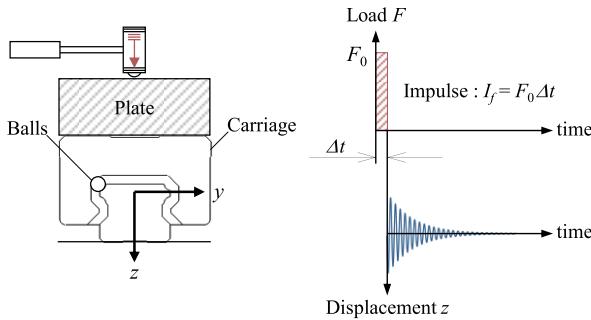


Fig.1 Vertical mode impulse response test

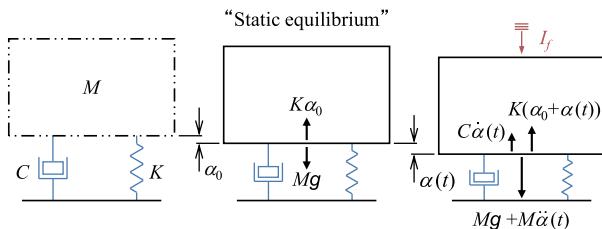


Fig.2 Damped vibration model of translational system

消失してゆく。今、振動体の質量  $M$  をプレートとキャリッジの質量和とし、図 2 に示すように LMBG はばね定数が  $K$  でかつ速度と減衰係数  $C$  に比例した減衰力を発生すると仮定すると、自重のみが作用した状態、つまり静的な平衡状態とインパルス入力後の時刻  $t$  における運動方程式はそれぞれ

$$Mg = -K\alpha_0 \quad (1)$$

$$Mg + M\ddot{\alpha}(t) = -C\dot{\alpha}(t) - K(\alpha_0 + \alpha(t)) \quad (2)$$

となり、両式を整理すると

$$M\ddot{\alpha}(t) + C\dot{\alpha}(t) + K\alpha(t) = 0 \quad (3)$$

となる。ここで、質量  $M$ 、減衰係数  $C$ 、ばね定数  $K$  は振動の 3 要素と呼ばれ、動的特性を左右する重要な指標である。式 (3) は 2 階線形同次微分方程式であり、 $\alpha(t)$  について解くと以下のような一般解が得られる。

$$\alpha(t) = Ae^{-\zeta\omega_0 t} \sin\left(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 t + \phi\right) \quad (4)$$

$A$ 、 $\phi$  は初期条件により決定される未定定数であり、 $\omega_0$  は非減衰振動における固有角振動数、 $\zeta$  は臨界減衰係数  $C_C$  と減衰係数  $C$  の比であり減衰比と呼ばれる以下の方程式で表される。

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (5)$$

$$\zeta = \frac{C}{C_C} = \frac{C}{2\sqrt{MK}} \quad (6)$$

ここで式 (4) をインパルス応答の初期条件から  $A$ 、 $\phi$  を求めて整理すると時刻歴応答変位  $\alpha(t)$  は

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \frac{I_f}{\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 M} e^{-\zeta\omega_0 t} \sin\left(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 t\right) \\ &= \frac{I_f}{\sqrt{MK(1-\zeta^2)}} e^{-\zeta\sqrt{\frac{K}{M}}t} \sin\left(\sqrt{\frac{K(1-\zeta^2)}{M}}t\right) \end{aligned} \quad (7)$$

と表され、時間  $t$  で一回もしくは二回微分することで、それぞれ速度および加速度についても計算が可能になる。以下に並進系の減衰振動における代表的な動的パラメータである固有角振動数  $\omega_n$ 、固有振動数  $f_n$ 、固有周期  $T_n$  についてそれぞれ計算式を示す。

$$\omega_n = \sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 \quad (8)$$

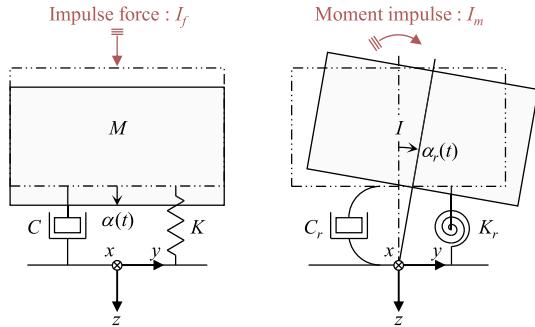


Fig.3 Vibration model of translation and rotation systems

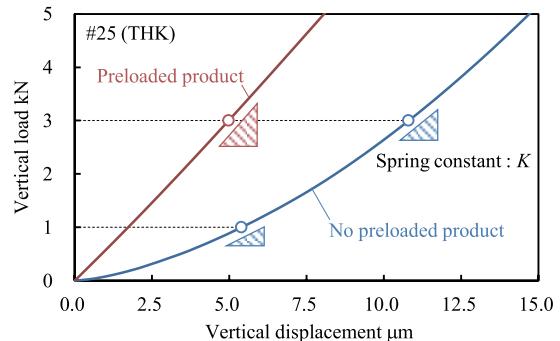


Fig.4 Theoretical stiffness diagram of LMBG #25

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (9)$$

$$T_n = \frac{1}{f_n} = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (10)$$

以上が並進系の場合の定式化であり、LMBG の垂直および水平方向の計算に適用する。なお、図 3 に模式的に示すようにローリング・ピッキング・ヨーイング方向といった回転系の場合の運動方程式は以下の式で表される。

$$I\ddot{\alpha}_r(t) + C_r\dot{\alpha}_r(t) + K_r\alpha_r(t) = 0 \quad (11)$$

ここで、 $I$  は慣性モーメント、 $C_r$  はねじり減衰係数、 $K_r$  はねじりばね定数であり、式 (3) と同様のかたちをとるので、回転系の時刻歴応答変位角  $\alpha_r(t)$  は入力としてのモーメントインパルス  $I_m$  とねじり減衰比  $\zeta_r$  をもちいて

$$\alpha_r(t) = \frac{I_m}{\sqrt{IK_r(1-\zeta_r^2)}} e^{-\zeta_r\sqrt{\frac{K_r}{I}}t} \sin\left(\sqrt{\frac{K_r(1-\zeta_r^2)}{I}}t\right) \quad (12)$$

と表せる。

以降の定式化は省略するが、負荷分布理論に並進系と回転系の振動モデルを各自由度の計算に適用することで、LMBG の 5 自由度での時刻歴応答や動的パラメータの計算を試みた。

## 2.2 負荷分布理論と振動モデルの融合

あらためて式 (7) と (12) に着目すると、入力としてのインパルス  $I_f$ 、モーメントインパルス  $I_m$  や振動体の質量  $M$ 、慣性モーメント  $I$  が既知であれば、並進系、回転系それぞれのばね定数  $K$ 、 $K_r$  と減衰比  $\zeta$ 、 $\zeta_r$  をなんらかの方法で得ることで時刻歴応答  $\alpha(t)$ 、 $\alpha_r(t)$  の計算が可能になる。

ばね定数については、LMBG の剛性計算が出来れば良いので、負荷分布理論を用いることで導出が可能である。ここで注意しなければならないのは、ばね定数は静的平衡状態、つまり搭載物による荷重やモーメントが作用して静的に釣り合った状態におけるばね定数となる点である。

図 4 は LMBG の垂直方向の理論剛性線図の一例であるが、搭載物の質量により決定される垂直荷重や予圧の有無に依存

してばね定数  $K$  が変化するため、LMBG の仕様や使用条件に応じた荷重やモーメントが作用した状態におけるばね定数を用いて計算をしなければならない。

一方、減衰比に関してはまだ未知なる領域であり、LMBG に関しても一般に知られた計算手法がない。よって、現段階では値を仮定するか、実験的に得られた数値を使用せざるをえない。現在、LMBG の基礎的な設計パラメータを因子とした実験から減衰モデルの構築を進めており、減衰比の計算も可能にすべく取り組んでいる。

### 2.3 周波数応答解析

ここまでは時刻歴応答を計算する手法について述べたが、実際に計算した応答をいくら眺めてもその特性を知ることは困難である。特に複数のモードが励起され複雑に連成した応答に関しては、振動モード毎にその強度や固有振動数を評価する必要がある。そこで、理論的に導かれた時刻歴応答をフーリエ変換して、周波数分析が可能な解析環境を整えた。

図 5 は上段が時刻歴応答、下段はそれに対応する周波数応答の計算例である。図中において、加振点は中央直上 ( $y = 0\text{mm}$ ) もしくは水平方向にずらした位置 ( $y = 75\text{mm}$ ) であり、解析点は同じ位置 ( $y = -75\text{mm}$ ) として計算した。

まず、時刻歴応答に着目して両者を比較すると、中央直上の加振では垂直モード、つまり  $z$  方向の並進振動のみが計算されるのに対して、加振位置をずらすと、ローリング方向のモーメントインパルスが複合し、 $12.25\text{ms}$  周期の異なる振動成分が現れる。

これを踏まえて、周波数応答を確認すると両者に共通して現れる  $835\text{Hz}$  が垂直モード、 $12.25\text{ms}$  周期の  $82\text{Hz}$  がローリングモードであることがわかる。ここでは、同じ解析点において、加振点の位置を変えた場合の時刻歴および周波数応答の計算例を紹介したが、著者らは解析点の位置や加振する方向、さらには搭載されるプレートの質量や慣性モーメントについても任意に変更できるように解析環境を整えている。

一連の計算は、減衰比の値を仮定する必要はあるものの、基本的にはインパルス応答試験を机上で再現しているものであり、以降の理論値と実測値の比較による妥当性の検証に際

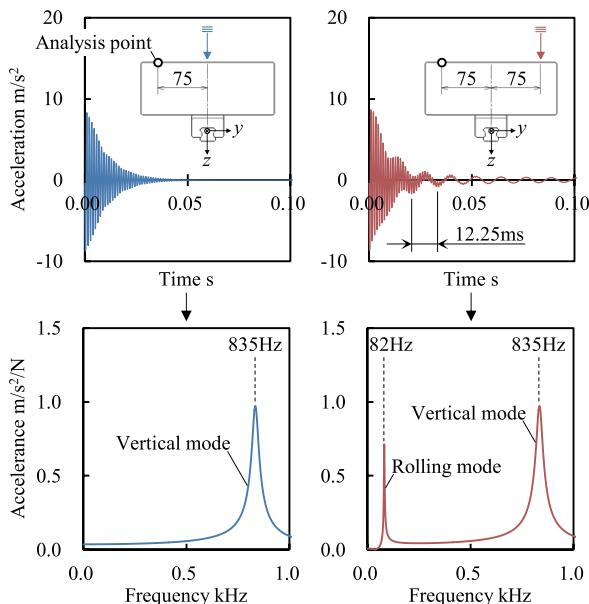


Fig.5 Calculation example of time history and frequency response

して有用なシミュレーションである。

## 3. 検 証

### 3.1 検証に用いた LMBG

動的シミュレーションの妥当性を検証するために、LMBG 単体のインパルス応答試験を実施し、理論値と実測値の比較をおこなった。検証に用いた LMBG は表 1 に示すように、汎用の 4 方向等荷重形 #25 相当であり、潤滑材は封入せず絶乾状態、シールは付属していない。また、LMBG の予圧量は 3 水準で管理した。

予圧管理に際しては、最初に無予圧状態を知るために図 6 に示すゼロすきま調整を実施した。図中においてキャリッジにはロックプレートが締結され、ワイヤーを介して上方のロードセルに接続されている。

LMBG にはすきま（いわゆるガタ）が生じるよう意図的に基準玉径  $D_a$  より小さな玉を組み込んでおき、キャリッジとロックプレートの重量を相殺する張力を作用させて上方変位を取得する。同様の測定を異なる小径玉で実施すると、すきま量は組み込んだ玉の基準玉に対する玉径差  $\lambda_1$  に比例するので、近似的にすきま量がゼロになる玉径差  $\lambda_0$  を推定することができる。

つぎに、実際に組み込む玉径差  $\lambda_1$  を決定して  $\lambda_0$  との差をとることで、表 2 に示すようにゼロすきま玉径に対する玉径差であるオーバーサイズ量  $\lambda$  での予圧管理を実施した。

図 7 は事前に各キャリッジの垂直剛性を測定した結果である。組み込んだ玉のオーバーサイズ量が大きくなると予圧荷重は増加し、静剛性が向上することがわかる。なお、これらのオーバーサイズ量はそれぞれ汎用製品における普通すきま、中予圧、重予圧に相当する予圧荷重となっている。

Table 1 Detailed specifications of LMBG for testing

LMBG Type	#25 (THK)
Ball diameter $D_a$ mm	3.969
Ball pitch $\kappa D_a$ mm	4.200
Carriage length mm	88
Conformity factor $f$	0.515
— Dry condition —	
Contact angle $\gamma_j$ deg	$\gamma_{1,2} = 45$ $\gamma_{3,4} = 45$

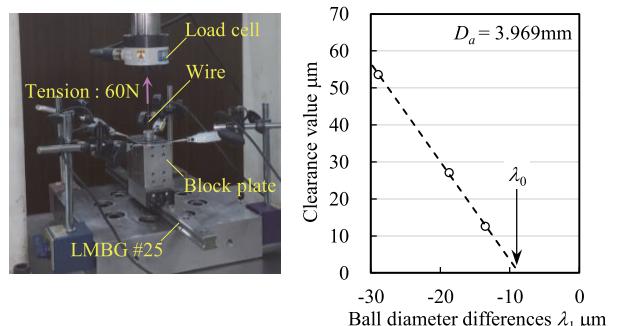


Fig.6 Outline of zero clearance adjustment

Table 2 List of ball diameter differences unit : μm

Carriage number	1	2	3
Zero clearance ball $\lambda_0$	-9.35	-8.68	-13.32
Built-in ball $\lambda_1'$	-8.40	-5.50	-8.40
Oversize amount $\lambda = \lambda_1' - \lambda_0$	+0.95	+3.18	+4.92

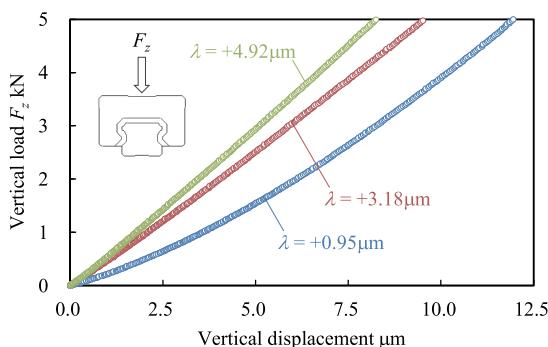


Fig.7 Measured vertical stiffness of LMBG for testing

### 3.2 3自由度インパルス応答試験

図8にインパルス応答試験の概要を示す。荷重は1枚あたり15.750kgの鋼製プレートを4枚、7.875kgのプレートを1枚用意し、枚数と組み合わせを変え積載することで、静的な平衡状態において任意の垂直荷重がLMBGに作用する状態とした。なお、プレートの寸法は横幅と奥行きが200mm、厚さは15.750kgのプレートが50mm、7.875kgは25mmである。

加振はインパクトハンマでおこない、プレート上面の計測点に設置した加速度センサからの時刻歴応答をフーリエ変換し、周波数応答としてアセレラランスを得た。アナライザ設定は、測定レンジが2000Hz、フレームサイズは8192であり、周波数分解能は0.625Hzである。

加振により励起させる振動モードは垂直、ローリング、ピッキングの3自由度を想定し、表3に示すようにプレート上面の加振点と計測点の位置を変えることで、各方向のモード試験を実施した。なお、ピッキングモード試験では積載するプレートが1枚の場合に限り、計測点位置x=25mmに取付け穴が存在するため、計測点はx=0, 50, 75mmとした。

### 3.3 モードの分離と特定

図9は15.750kgのプレートを1枚積載した状態で、各モード試験の周波数応答を重ね書きした結果である。図中において垂直、ローリング、ピッキングの各モードに共通して検出された共振周波数は919Hzであり、共振ピーク値や共振峰の形状は概ね同じであった。また、ローリングとピッキングモード試験では919Hzに加えて101Hzもしくは338Hzがそれぞれ検出された。

ここで、ローリングおよびピッキングモード試験における入力を考えると、垂直インパルスがガイド中心からy方向もしくはx方向にそれぞれ75mm偏心した位置に加えられている。よって、垂直インパルスだけでなく、その偏心によるモーメントインパルスも同時に入力されていることになるため、その応答として垂直モードと各回転モードの2つの共振周波数が検出される訳である。

以上のことから3つのモード試験に共通して検出され、共振ピーク値や共振峰の形状が同じである919Hzが垂直モードであり、それ以外に検出された101Hzと338Hzがそれぞれローリングおよびピッキングモードであろうと考えた。

ここで、確認としてローリングおよびピッキングモードの共振ピーク値を計測点の偏心量に対して整理した結果が図10である。図中において計測点の偏心量と共振ピーク値は正比例の関係を示しており、積載したプレートが剛体的にふるまっていることから、LMBGのローリングもしくはピッキング

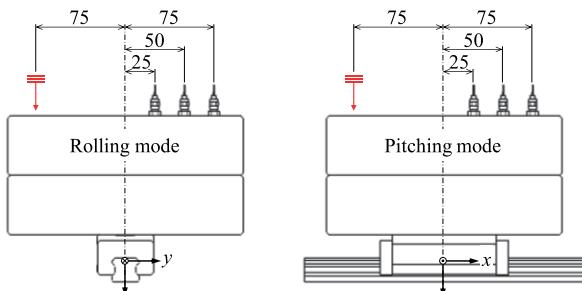
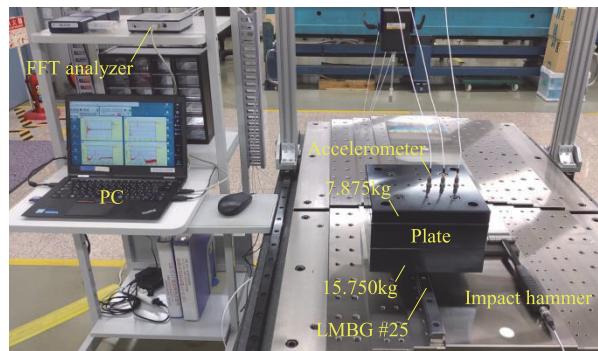


Fig.8 Outline of test scenery and measurement condition

Table 3 Position of impact point and measurement point

Mode test	Impact point		Measurement point	
	x mm	y mm	x mm	y mm
Vertical	0	0	0	25
Rolling	0	-75	0	25, 50, 75
Pitching	-75	0	25, 50, 75	0

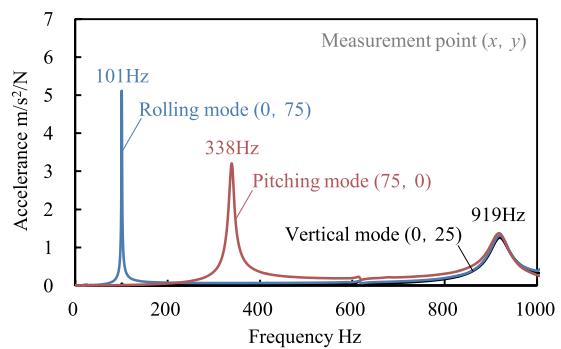


Fig.9 Example of the result of each mode test

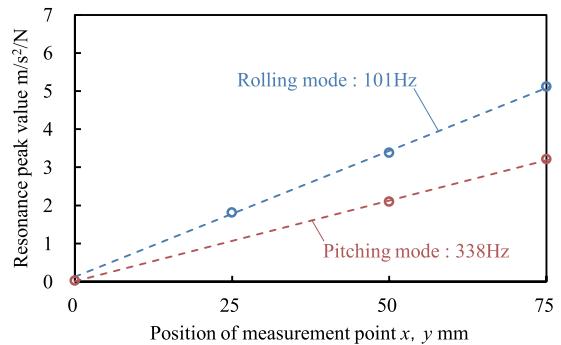


Fig.10 Measurement point position and response peak value

による回転角が寄与する周波数成分であることが確認され、モードの分離と特定ができたものと判断した。

#### 4. 考察と今後の研究方針

##### 4.1 結果の考察

図11は積載したプレートの質量に対して3自由度の固有振動数を理論値と実測値で比較した結果である。測定に際してキャリッジの位置はレール中央とし、その位置で4条列の玉位置がキャリッジ中心に対して等配列になるようあらかじめ調整してレールに挿入した。測定はプレートを積載する毎に2回おこない、同じ手順を別日に4回繰り返すことで同一条件における8個のデータを取得し、その平均値で整理した。

図中において固有振動数は、どのモードについても質量の増加に伴い低下しており、特に質量が小さい領域で顕著な非線形性が確認された。また、プレートが同じ質量であれば、オーバーサイズ量が大きくなる程、各モードの固有振動数は上昇し、事前に測定した静剛性試験の結果とも大小関係が一致した。これらの振る舞いは理論値と実測値で共通しており、定量的な観点でみれば完全に一致しているとはいえないものの、定性的な傾向や数値帯は概ねとらえていると考えている。

図12は、組み込んだ玉のオーバーサイズ量 $\lambda$ に着目して垂直モードの固有振動数を整理した結果である。ここでは、通常は過予圧となるオーバーサイズ量 $\lambda = +9.44\mu\text{m}$ についても測定をおこなった。図中において、固有振動数はオーバーサイズ量を大きくすると上昇するが、ある一定のサイズ以降ではその傾向が鈍化することがわかる。固有振動数 $f_n$ は式(5)、(8)、(9)を整理して以下の式で表される。

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{(1-\zeta^2) \frac{K}{M}} \quad (13)$$

ここで減衰比 $\zeta$ は過去の測定実績から大きくても5%程度なので $(1-\zeta^2) \approx 1$ となり、固有振動数は概ねばね定数 $K$ と質量 $M$ で決定される。図13は7.875kgのプレートを積載した状態の垂直方向において、オーバーサイズ量に対するばね定数 $K$ と予圧荷重 $p_0$ の関係を計算した結果である。図中において、オーバーサイズ量が大きくなると予圧荷重は非線形的に増加するのに対して、ばね定数の増加率は低下する。つまり、オーバーサイズ量を大きくするほどばね定数の変化が小さくなり固有振動数の上昇率も鈍化することになる。

一般に他部品との共振を回避するには、意図的にLMBGの固有振動数を変化させて回避する手段もあるが、オーバーサイズ量による調整幅には限界があることと、過予圧になることで、寿命の低下やころがり抵抗の増加といった振動以外の諸問題を引き起こす可能性もあるので注意が必要である。

##### 4.2 今後の研究方針

LMBG動的シミュレーションによりモード毎の固有振動数や動的パラメータの予測が可能となった。しかし、本シミュレーションは振動強度を左右する減衰比に関してはその値を仮定して入力する必要があり、結局のところ、事前に試験をおこない減衰比を同定しなければならない。

図14は絶乾の場合とISO粘度グレードVG220のオイル潤滑下で垂直モードの周波数応答を取得した結果である。質量は15.750kgと63.000kgであり、重ね書きして比較している。図中において、固有振動数は潤滑材の有無では大きな差はみられないが、減衰比はオイル潤滑下で絶乾に対して数倍大きな値を示した。

著者らは、これまで多数のLMBGのインパルス応答試験を実施し、減衰比の数値帯が概ね0.2~5%程度であることを突

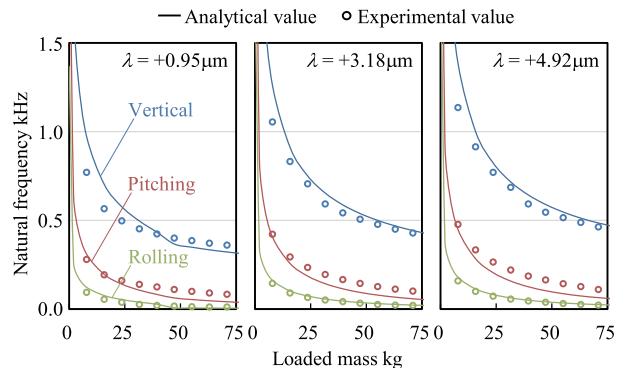


Fig.11 Comparison of theoretical and measured values for each mode

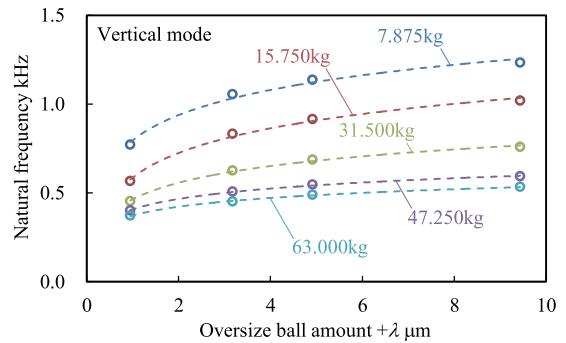


Fig.12 Relationship between oversize amount and natural frequency

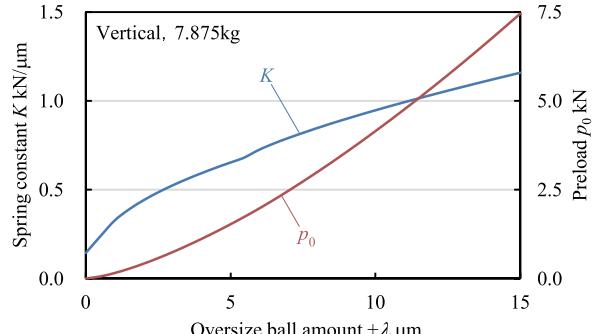


Fig.13 Relationship between spring constant and preload with respect to oversize amount

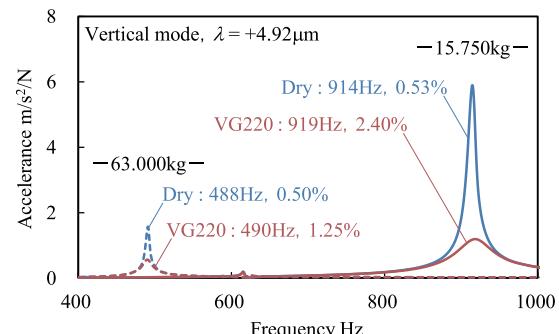


Fig.14 Comparison of frequency response by lubrication conditions

き止めているが、LMBGの内部設計や、搭載物の質量・慣性モーメント、潤滑条件等に依存して大きく値が変化することを認識しており、減衰比に関してもなんらかのかたちで数式化し、動的シミュレーションに適用することを目指している。

なお、近年の有限要素法(Finite Element Method:FEM)を中心としたCAEツールの発展により、LMBGに締結されるテーブルやベースを含めたLMBGシステムとしての振動解析に

も様々な方法が考えられるが、LMBG は玉と軌道面間に多数の接触を伴う部品であり、接触要素をもちいてモデル化すると解析コストが著しく増加し合理性に欠ける。仮に、ばね要素やダンパ要素を用いて LMBG を簡易的にモデル化したとしても、形番毎に異なる各方向のばね定数や減衰に関するパラメータの入力が必要になる。

本研究で提案する手法を用いて、事前に LMBG 単体の動的特性を予測し CAE ツールに適用できれば、将来的に LMBG に締結されるテーブルやベースを含めた LMBG システムとしての動的シミュレーションも実現できると考えている。

## 5. 結 言

直動ボールガイドの静的解析手法である負荷分布理論に並進系・回転系の振動モデルを適用し LMBG の動的シミュレーションとして整理した。また、妥当性の検証として LMBG 単体のインパルス応答試験をおこない理論値と実測値の比較をおこなった。得られた結論を要約すると以下のようである。

- (1) 動的シミュレーションにより、垂直・ローリング・ピッティングの 3 自由度で固有振動数を計算し、実測値と比較したところ、各モードとも定性的な傾向や数値帯をうまくとらえていることを確認した。
- (2) オーバーサイズ量を調整して予圧を付与することで、固有振動数は上昇するが、ある一定のサイズ以降は、その変化率は鈍化する。これはオーバーサイズ量に対するばね定数の増加率が低下するためであり、共振等の回避を

目的にオーバーサイズ量で固有振動数を変化させる場合には過予圧等により生じる諸問題に対して注意が必要である。

- (3) オイル潤滑下で減衰比が上昇することを紹介したが、LMBG の減衰特性は、その他の因子も寄与しているようである。次回は、LMBG の設計パラメータや潤滑、質量条件等を因子とした実験をおこない、減衰比の式化に取り組んだ内容を報告する。

## 参 考 文 献

- 1) Heinrich Hertz : Ueber die Berührung Fester elastischer Körper, Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd.92, Heft2 (1881) 156.
- 2) 清水茂夫：直動ガイドの剛性解析、精密工学会誌、**64**, 11 (1998) 1573.
- 3) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの負荷分布と精度・剛性に関する研究、精密工学会誌、**56**, 8 (1990) 1445.
- 4) 今井竜也：直動ボールガイドの静剛性の解析に関する研究—負荷分布理論の解析精度向上と解析コスト低減—、精密工学会誌、**86**, 5 (2020) 353.
- 5) 酒井康徳：直動ローラ案内の共振振動数に関する研究、精密工学会誌、**78**, 7 (2012) 599.
- 6) 酒井康徳：直動軸がり案内の振動特性に生じる加振力依存性、精密工学会誌、**80**, 8 (2014) 783.
- 7) 甲斐義章：超精密加工機の動特性評価—衝撃加振試験による案内機構の剛性評価—、日本機械学会論文集(C編)、**79**, 808 (2013) 99.
- 8) 高橋徹：直動ボールガイドシステムの高精度化に関する研究—クラウニングとウェーピングの関係—、精密工学会誌、**86**, 3 (2020) 225.
- 9) 高橋徹：直動ボールガイドシステムの高精度化に関する研究—テーブル剛性がウェーピング振幅値に与える影響について—、精密工学会誌、**86**, 10 (2020) 793.